

1 以下の小問に答えよ。

(1) 次の式を有理化せよ。

$$\frac{1}{6\sqrt{3}-\sqrt{107}}$$

(2) 次の式を計算せよ。

i)  $(2a^3)^3 \times 2a^3$

ii)  $3a^3 - 8ab(b^2 - 2) + 2a(b^3 - 8b) - 3b^3(1 - 2a)$

(3) 次の式を展開せよ。

i)  $(a - b)(a^2 + b^2) + a^2b - ab^2$

ii)  $(a - 2)(a - 1)(a + 3)(a + 4)$

(4) 次の式を因数分解せよ。

i)  $x^4 - 8x^2 + 16$

ii)  $4x^3 + 8x^2 - 25x - 50$

(5)  $x - \frac{1}{x} = \sqrt{7}$  のとき、次の式の値を求めよ。ただし、 $x > 0$  とする。

i)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$

ii)  $x + \frac{1}{x}$

(6) 緑のカードが 2 枚、赤のカードが 4 枚ある。これらのカードすべてを横 1 列

に並べるとき、緑のカードが隣り合わない並べ方は何通りあるか。

ただし、同じ色のカードは区別しないものとする。

③ 四面体  $ABCD$  について、各辺の長さを下記のとおりとする。

$$AB=2\sqrt{5}, BD=6, BC=CA=CD=5, DA=4$$

以下の問いに答えよ。

(1)  $\cos \angle ADB$  を求めよ。

(2) 三角形  $ABD$  の外接円の半径を求めよ。

(3) 頂点  $C$  から三角形  $ABD$  に下ろした垂線を  $CH$  とするとき、 $CH$  の長さを求めよ。

(4) 四面体  $ABCD$  の体積を求めよ。

2 2次関数  $f(x) = x^2 + (a + 4)x + 4a + 1$  について考える。以下の問いに答えよ。ただし、 $a$  は実数の定数とする。

(1) 2次関数  $y = f(x)$  のグラフの頂点の座標を  $a$  を用いて表せ。

(2) 2次関数  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と異なる2つの交点を持つとき、 $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。

(3) 2次関数  $y = f(x)$  のグラフが  $x$  軸と接するときの  $y = f(x)$  のグラフの頂点の座標を求めよ。解が複数ある場合はすべて示せ。  
また、解答用紙の所定の欄に計算過程を記述せよ。