

1 以下の小問に答えよ。

(1) 次の式を展開せよ。

① $(-ab^2)^2(-3a^2b)$

② $(x+y)^4 - (x-y)^4$

③ $(p-q)^2(p^2+pq+q^2)^2$

(2) 次の式を因数分解せよ。

① $a^4 - 10a^2 + 9$

② $a^3 + 3a^2b + ca^2 + 2ab^2 + 3abc + 2b^2c$

(3) $x = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ とする。

① $x+y$ の値を求めよ。

② $x^3 + y^3$ の値を求めよ。

(4) $\triangle OAB$ において、 $OA=3$ 、 $OB=4$ 、 $AB=5$ とし、頂点 O から辺 AB に垂線を下ろして辺 AB と交わった点を H とする。また、 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。

① 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

② \overrightarrow{OH} を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。

(5) $\boxed{0}$ 、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、 $\boxed{5}$ の 6 枚のカードから 3 枚のカードを選び、それらを並べて 3 桁の整数は何個作れるか。

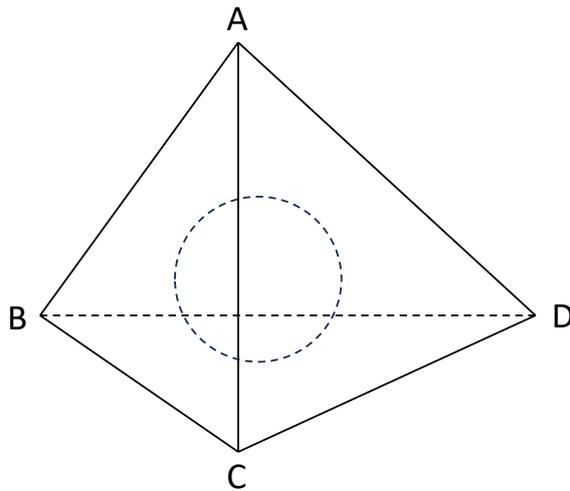
(6) 初項が 3、公比 2 の等比数列において、次の問いに答えよ。

① 第 5 項を求めよ。

② 初項からの和がはじめて 10000 を超えるのは第何項までの和か。

2 一辺の長さが a である正四面体 ABCD について、以下の問いに答えよ。

- (1) 正四面体 ABCD の表面積 S を a で表せ。
- (2) 正四面体 ABCD の体積 V を a で表せ。
- (3) 正四面体 ABCD の内接球（下図）の半径を a で表せ。



正四面体 ABCD の内接球

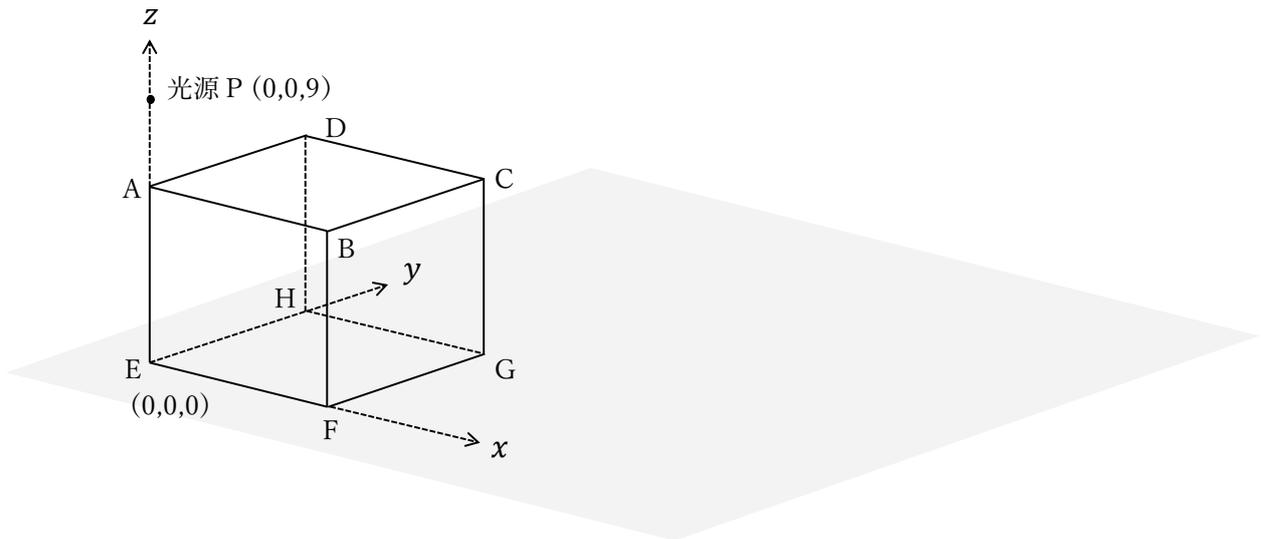
3 関数 $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸、 y 軸との接点、交点の座標をすべて求めよ。
- (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフの極値の座標をすべて求めよ。また、その計算過程を解答欄に記載せよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の区間 $0 \leq x \leq 3$ における最大値と最小値を求めよ。

- 4 一辺の長さが 6 である立方体 ABCD-EFGH が、E を原点、EF を x 軸上、EH を y 軸上、EA を z 軸上とする xyz 空間に置かれている。 z 軸上に光源 P (0,0,9) があるとき、次の問いに答えよ。

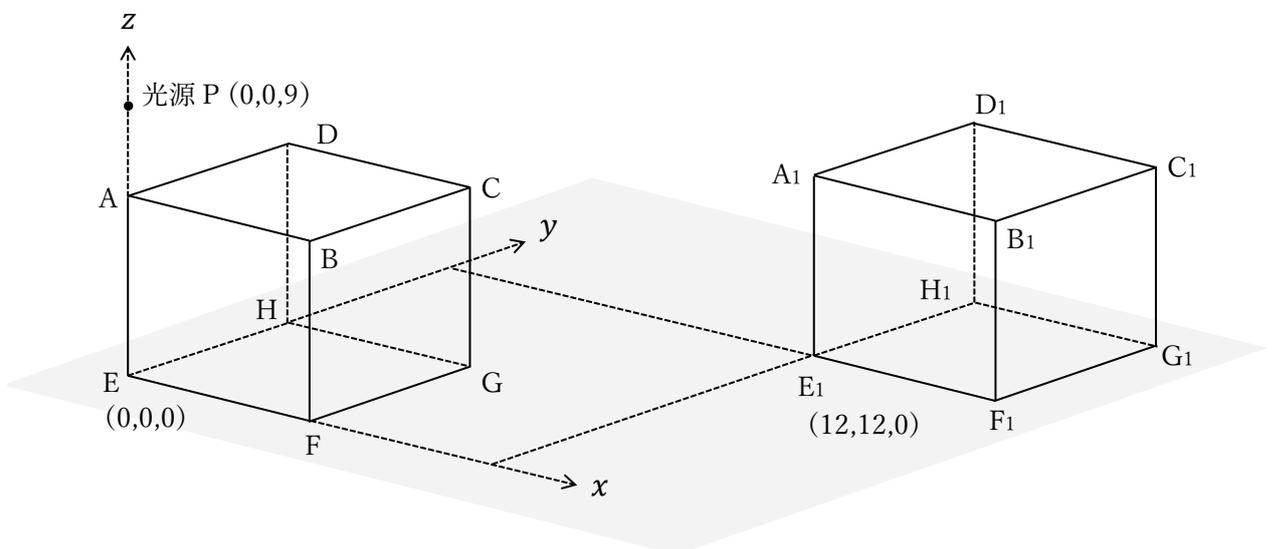
ただし、 xy 平面および立方体は光を透過しないものとする。

- (1) 光源 P により立方体 ABCD-EFGH が xy 平面に映し出す影の面積を求めよ。
ただし、立方体 ABCD-EFGH と xy 平面が接している部分は除く。



- (2) 立方体 ABCD-EFGH に加えて、新たに一辺の長さが 6 である立方体 $A_1B_1C_1D_1-E_1F_1G_1H_1$ を $E_1 (12,12,0)$ となる位置に置いたとき、光源 P により立方体 ABCD-EFGH が立方体 $A_1B_1C_1D_1-E_1F_1G_1H_1$ の表面に映し出す影の面積を求めよ。

ただし、立方体 $A_1B_1C_1D_1-E_1F_1G_1H_1$ と xy 平面が接している部分は除く。



- (3) 立方体 $ABCD-EFGH$ に加えて、新たに一辺の長さが 6 である立方体 $A_2B_2C_2D_2-E_2F_2G_2H_2$ を $E_2(12,9,0)$ となる位置に置いたとき、光源 P により立方体 $ABCD-EFGH$ が立方体 $A_2B_2C_2D_2-E_2F_2G_2H_2$ の表面に映し出す影の面積を求めよ。
- ただし、立方体 $A_2B_2C_2D_2-E_2F_2G_2H_2$ と xy 平面が接している部分は除く。

