

1 以下の小問に答えよ。

(1) 次の式を展開せよ。

$$(a+2)(a+4)(a-3)(a-5)$$

(2)  $(a^5 + 3a^3 + 2a^2 - 5)(7a^3 + 12a^2 - 4a - 3)$  の展開式における  $a^5$  の係数を求めよ。

(3) 次の式を因数分解せよ。

$$ab + (a+1)(b+1)(ab+1)$$

(4)  $\sqrt{11}$  の小数部分を  $a$  とした場合、以下の問いに答えよ。

①  $a + \frac{1}{a}$  の値を求めよ。

②  $a^2 + 6a + 7$  の値を求めよ。

(5) 次の問いに答えよ。ただし、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

①  $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  を満たす  $\theta$  をすべて求めよ。

②  $\sin\theta = 2\cos\theta$  のとき、 $\sin\theta\cos\theta$  の値を求めよ。

(6) 次の確率を求めよ。

① 1枚の硬貨を4回投げたとき、表が少なくとも1回出る確率

② 1枚の硬貨を4回投げたとき、裏が続けて2回以上出る確率

(7) 方程式  $||x-1|-2|=3$  を満たす整数  $x$  をすべて求めよ。

- 4 下記の定理を用いて、以下の問いに答えよ。ただし、円周率は $\pi$ とする。

**【パップスギュルダンの定理】**

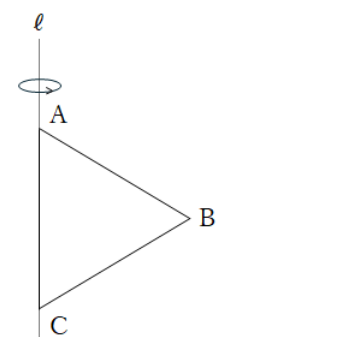
面積が  $S$  である平面図形  $Z$  がある。 $Z$  を直線  $\ell$  の回りに回転させてできる回転体の体積  $V$  は、

$$V = 2\pi g_x S = (\text{重心の移動距離}) \times S$$

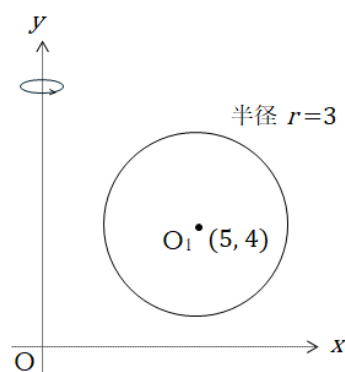
( $g_x$  は  $Z$  の重心と回転軸の距離)

ただし、 $Z$  を回転させる過程で  $Z$  自身とは重ならないとする。

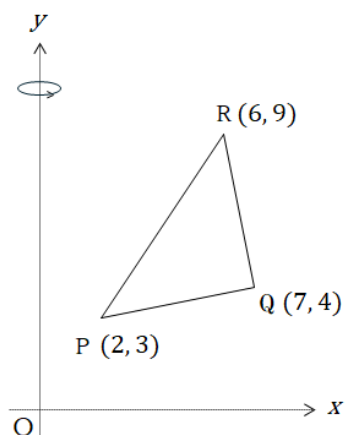
- (1) 一辺の長さが 2 の正三角形  $ABC$  を、右の図に示すように辺  $AC$  と重なる直線  $\ell$  を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。



- (2)  $O_1(5, 4)$  を中心とする半径 3 の円を、右の図に示すように  $y$  軸の回りに 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。ただし、円の重心は円の中心のことである。



- (3)  $P(2, 3)$ ,  $Q(7, 4)$ ,  $R(6, 9)$  を頂点とする三角形  $PQR$  を、右の図に示すように  $y$  軸の周りに 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。また、その計算過程も記述せよ。



2  $a$  を定数とする。2 次関数  $y = x^2 + 2x - a^2 + 8$  について、次が成り立つような  $a$  の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1) すべての実数  $x$  について、 $y > 0$  である。
- (2)  $x \geq 0$  を満たすすべての  $x$  について、 $y > 0$  である。
- (3) 2 次方程式  $x^2 + 2x - a^2 + 8 = 0$  が  $0 \leq x \leq 1$  において実数解をもつ。

3 自然数を 1 から始めて小さい順に下の図のように上から並べていく。例えば、4 行目には左から 7, 8, 9, 10 の 4 つの数が並ぶことになる。このように数を並べていくとき、次の問いに答えよ。

		1		
		2	3	
	4	5	6	
	7	8	9	10
11	12	13	14	15
		⋮		

- (1) 7 行目の左から 5 番目の数を求めよ。
- (2) 20 行目の右端の数を求めよ。
- (3) 1000 は何行目の左から何番目の数か求めよ。